

有意味世界の生起としての数学学習

数学の学習と指導への現成主義的アプローチ

影山和也

広島大学大学院教育学研究科

1. はじめに

(1) 研究の背景

数学授業が複雑であるとは、その授業に参加する者たちの活動のすべてを予め正確に記述することはできないことを意味する。その反面、教室で活動する者(本研究では行為者(agent)と呼ぶ)は必ずしも無秩序に振る舞わないという意味で、数学の教室も何らかの原理や法則を備えた、一つの生態といえる。本研究の一連の取り組み(影山, 2015, 2016 など)も、教室で起きていることを行為の視点で捉え、必ずしも数学的とは言えないような生徒の振る舞いも含めて、包括的に数学授業を理解しようとする。

(2) 本研究のプログラムと本稿の目的

本研究は、教室内外での活動を視野に入れた、現成主義(enactivism)(cf. Reid & Mgombelo(2015))の視座から数学の学習と指導へアプローチする学際的・協同的取り組みである。具体的には、言語学(日本語による談話論)、認知科学(数学的表記の読みと解釈の実態)、臨床領域(意味の創発に関わる臨床的・現象学的アプローチ)の知見を取り入れた学習のカリキュラム開発、特に広義の学習環境の設計を目指しており、比喩的に「数学の学習作業空間の理論化」としてまとめることを目指している。教師が十分に設計した環境において、当の生徒は何を感じ、何に注目し、どのように振る舞うのか。教師、生徒、環境の一体変化をどのように評価するのか。これらを検討するためには相応の説明理論と方法論とを必要とするのであり、本研究(影山, 2015, 2016 など)では一貫してそれを現成主義に求めてきた。本稿は以上の取り組みの一部であり、その目的を次のように設定する、すなわち、現成主義の鍵

概念の一つである「有意味世界の生起」(bringing forth a world of significance)(Proulx, 2008; Reid & Mgombelo, 2015 など)に注目し、関連する諸論との比較によって、数学の学習と指導への示唆を得ることである。

(3) 方法論

二つのエピソードによって、本稿でいうところの複雑な数学授業の様相を示す。その上で、現成主義においては「有意味世界の生起」が解釈の一つの鍵概念になることを示すために、①認知論・認識論としての現成主義の特徴づけを行う。続いて、②身体化デザイン研究(cf. Abrahamson & Lindgren, 2014)の知見を参考にして、数学的に知ったり学んだりすることにはパターンやリズム、調和があることを確認する。そして現成主義を数学の教室で生かすために、③数学的対象の連続的生成と存在(影山, 2016)との理論的整合を図る。

本稿の意図は、現成主義の数学教育研究への示唆を得ることにある。身体化デザイン研究でいうところの環境は、ある概念の獲得が効果的になされるように設計されたものである。その反面、さまざまな行為者を含む教室という環境は動的であり、学習の進展に伴って刻々と変化する。現成主義はそうした学習の動性に光をあてる。

2. エピソードの概要

本稿で取り上げるエピソードは、コミュニケーションの不全から安定、収束へと向かうものと＜エピソード1＞、正多面体の存在可能性を問うものである＜エピソード2＞。これらは空間図形を学ぶ中学1年の教室での一連の活動の一部であり、本稿筆者が非参与観察を行い、授業者との授業後

の協議によって、生徒が最も自律的に振る舞っていたと感じられた場面である。

その教室では、作ったり触れたりする活動を通して、「すべての面の形が合同である」場合にできる特殊な多面体として、正多面体は生徒たちによって暫定的に定義された。エピソード1は、生徒の各グループがそれぞれで多面体に対する問いを立て、各々で追究した結果を交流する場面である。

そのグループは正四面体の表面積に関心を持ち、平方根と三平方の定理の知識を駆使して、正三角形の面積を求める手順を公表した。しかしながらこの手順は多くの生徒にとって未知であり、「えっと、最終的にあなたたちは何を求めたいのですか」に象徴的なように、グループの意図と実際の行為とが教室集団では一致しなかった。その後、黒板に示した手順を追いながら「一つずつの三角形の面積が求まれば、それが四つあるから、それで分かるじゃないですか」「そのとき、正三角形の面積を求めるときに、この式[板書にある平方根の式を指しながら]を使う」と説明することで、拍手によって受け入れられた。

エピソード2は、上記の暫定的定義によってどのような多面体ができるか、特に面の形を指定するとどのような多面体ができるか、そしてそれらは正多面体の仲間として認められるかを、実験しながらかつ定義を参照しながら議論し、当初は暗黙的であった1点に集まる2面の角の大きさに注目していく様子である。図1は、ある生徒 Yama による、合同な面はあっても正多面体とは限らないことの説明である(三つの面を順に指しながら(図1左)、二つのひし形、ひし形と正方形とでなす角は異なることを示している)。

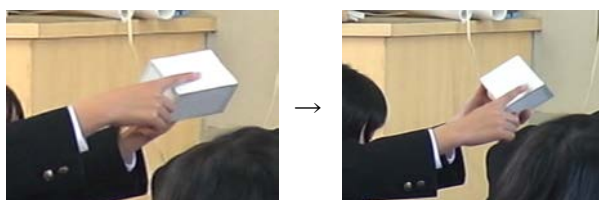


図1 平行六面体は正多面体か？

このときの教師は、正多面体の定義にしたがって判断することを期待していたが、注目していることそのものは数学的で価値があるとして、議論

を遮ることをしなかった。

3. 理論的検討

(1) ある生態という教室の見方

以上のいずれのエピソードにおいても、行為の変容を促す何らかの重大な出来事があり、それが起こる瞬間を同定することは、一つの生態としての教室を理解するきっかけとなる。たとえば、Davis & Simmt(2003)は複雑性の原理により、生徒は自分の既存の知識や技能による限界を定めずに興味あることに取り組み、それは個々や集団によって異なりうること(内的多様性の原理；エピソード1)、また環境の制約は行為の境界を決めるだけで、教師の想定を容易に離れて個々やグループの要求に応じて振る舞うことを指摘する(組織化されたランダム性；エピソード2)。

観察者として一見すると解釈の難しい状況でも、生徒の振る舞いの多様性を含んでおり、必要に応じて即座にその境界を広げようとするのは理にかなっている。すなわち、行為者としての生徒らは、学校や教室という制度的制約だけではなく、興味や関心にしたがってその都度創発的に作り出す行為の規則にしたがって行為する(影山,2016)。生徒らは教師の想定しない方法をとったり、数学的とは必ずしも言えない論拠を立てることによって納得したりすることがあるのは、人間行為が創発的性格を持つためであり、この人間行為がまた、自らの行為を保障する世界(すなわち、有意味世界)を生み出すのである。

(2) 有意味世界への注目：構成主義との対比

有意味世界の生起(bringing forth a world of significance)という概念は、構成主義における知識の生存可能性の概念からの拡張と言われる(Proulx, 2008)。

構成主義において、自分自身の経験しうる境界を越えるような世界にある事柄が真であるかどうかを確かめる術を持たない。このことから、客観的真理という概念を「生存可能性」という概念に置き換えて論じる(Glasersfeld,1995)。構成主義においては、知ることとは妥当な適応(fit)であり、この点は現成主義とも一貫するが、行為者を区分可能な環境の一部と見なす現成主義においては、その力点

を変える。すなわち、行為者にとってどのような意味を持つか、何が重要であるか、どこまでが認められた振る舞いかを、一つの世界として行為者自身が創出することを主張する。これが、有意味世界の生起であり、行為者は自らが環境と相互作用的に生起させる世界のなかで振る舞っている。進化するとは、行為者だけでは無く環境も伴って共進化する。それ故、その意味を持つ世界には行為者に独自の歴史が埋め込まれており、行為者と環境のいずれもが進化の過程のなかで自身の構造を変化させ、この変化させた新たな構造に新たな形で適応していく。

教室での知識変容の動性を説明するには、言語行為や身体運動感覚のパターンやリズム、表記のような視覚的媒体の扱いや表記の変化だけではなく、何を重要視して行為しているかという臨床的・現象学的視点が必要である。その際、具体的にどのような行為が何を創出するか、この点について論じるために、すなわち有意味世界を分析するために身体化理論を援用する。

(3) 現成主義と身体化理論の対比

現成主義と身体化理論のいずれにも、生物としての人間の振る舞いに関心があり、学校のような公的場所でも同様である。「われわれは(略)数学でさえ、すべての学校教科は身体化されていると主張する。身体化の視座では(略)数学の基盤は、記号体系や表記の形態にあるのではなく(これらは数学的実践において明らかに重要ではあるものの)、むしろ「数学的である」と社会的に認められた活動に従事している人が作り出す、状況に埋め込まれ、空間力動的で、そして身体的な現象のほうにある。」(Abrahamson & Lindgren, 2014, p.358)。身体化研究に共通した見方は、予め記号化されて示された対象を読む以前から数学的に知ったり学んだりすることがあるのだということ、そして行為者の行為が数学的であるかどうかは、当の本人ではなく社会がそれとして認めるかどうかによるということがある。そのため、研究の焦点は数学理解にとって基本的な感覚運動スキーマの形成と、社会的に認められた言語を使って何を記述するかになる。

経験される世界を述べるきっかけはさまざまである。D.Abrahamson 氏の主導する身体化デザイン

研究では、人工物を段階的に取り込むことによってなされるさまざまな経験を、数学的に述べていくよう仕組まれた学習環境が提案されている。また、意図的に仕組む以前に、何らかのギャップないし葛藤(たとえば対象物の知覚上の見え方と、数学での結論が一致しないこと(影山,2015))が生じた場合に、数学科教科書にかかれた言語を自らの考察している世界に下ろしてきて、議論のための前提として設定する。いずれにおいても、行為者が意味があると見なす世界は、自らの身体行為によって自分事として一体となることが必要条件となる。その際、身体化理論では、教室の生態よりもむしろ、行為者と環境とが相互作用的に創り出す微少な空間のほうに関心がある(Reid & Mgombelo, 2015)。

(4) 有意味世界の多様性への志向

数学的に知るとは数学的に行為することであり、学習するとは、主体と環境を巻き込む一体変化である。その上で、特に数学においては、実践中の行為が変わるとは、考察している対象への関わり方が変わると共に、その対象も変わることであることであり、対象は「現実世界」において「～すること」によって生成され、「仮想世界」の裏付けによって、数学的对象として存在する(「二世界を伴う行為の様相」(影山,2016))。このことは、教室の行為者は、代数的、幾何的のような、分離し得ずともさまざまな経験を保障する、さまざまな世界を創出するのであり、それらの世界を一貫する“何か”こそが、数学的に知ることの根底にあることを主張するものである。

先に、身体化デザイン研究においては、段階的に言語使用するよう仕組まれていることを指摘したが、「現実世界」(日常言語を用いた対象記述)と「仮想世界」(数学的と認められた言語を用いた対象記述)における言語使用も自ずと異なるといえる。世界によって言語使用が変わり、使用によって対象が変わる。この相互の一体変化こそが本研究で主張するところの数学的に知ることにあたる。

4. 教授学的示唆

現成主義では事象の記述や理解のための多様なアプローチを認める。その上で、そこに行行為者にとってどのような意味を持つ世界が生起していたか

についての同意を目指す。このことは、研究方法論としての現成主義の立場であるが、数学の学習と指導について論じる際の規準ともなるだろう。たとえば、教室を一つのシステムないし社会とみると、行為者がそこを生きる際の環境だという側面と、行為者がともに規則を作り協同で問題に対処しようとする者たちという集合としての行為者という側面とを含み込んでいる。

実践が数学的と呼ばれるための一つの視点は、どのような対象について従事しているかにある。対象としての多面体の表面積とそれを求める手続きとしての平方根などの関係や(エピソード1)、公的には未習であり意識が向けられてこなくとも、他者を巻き込んで手探り的に見出される事柄は使ってよいことなど(エピソード2)、実践を数学的にする規準はその都度作り出される。

以上のことから「数学の学習作業空間の理論化」を進めるために、次の諸点は基本原理となり得る：

- 個々の生徒やグループのしたいことである“疑似数学”を学習作業空間の一部として認めること。これは、専門家からは必ずしも数学的としては評価されないが、生徒は活動に従事し、感情が動いている空間である。
- 行為の変容には二つの方向がある：同一世界内のものと、異世界をまたぐもの。世界の異同とは行為者にとって意味をなすかなさないかにしたがう。
- 行為者の行為は複雑であるが故に、行為の変容を何らかの一つの要因として特定するのではなく、関連し合った考えられ得る要因の束として扱うこと。
- 対象としての知識の位置と役割を実践中に常に問うこと。別の対象を産出したり判定したりするための実験や定義、探究過程を圧縮するための公式など、さまざまな役割がある。

5. おわりに：現成主義の数学教育的展開

現在では、現成主義を基盤とする数学教育研究はさまざまな拡がりをみせている。生徒の学習の道筋を予め仮説的に想定する作業は理論的取り組みであるが、実際はさまざまな生徒の思いや感覚が錯綜するため、生徒による行為の自由度を認め

つつどのようにして実際の道筋を再組織するかといったことは、実践中の教師の重要な仕事になる。この領域の数学教育研究は、学習のカリキュラムの存在を最大限に重視し、数学を行為そのものと見なして、教育のカリキュラムとの実践上の調和を図ろうとする。「数学の学習作業空間」「有意味世界」とは、この調和を表す比喩である。

今後の課題は、数学的知識の創出と進化を捉え説明する要素、すなわち研究方法論を探索的に開発することを第一としながら、本稿で提起した諸原理をより精緻に、かつ実践的にしていくことである。

【附記】本稿は、平成29年度日本学術振興会科学研究費補助金(課題番号 17H02701)の助成を受けて進められている。

引用・参考文献

- Abrahamson, D. & Lindgren, R. (2014). Embodiment and embodied design. In Sawyer, R. K. (Ed.), *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences* (2nd edition), Cambridge University Press, 358-376.
- Davis, B. & Simmt, E. (2003). Understanding learning systems: mathematics education and complexity science. *Journal for Research in Mathematics Education*, **34**, 137-167.
- 影山和也. (2015). 「為すこととしての数学的認知論の基礎的考察」. 日本数学教育学会誌, 第97巻, 数学教育学論究, 臨時増刊, 65-72.
- 影山和也. (2016). 「現成主義の視座からみた行為の様相と数学的知り方の特質」. 日本数学教育学会誌, 第98巻, 数学教育学論究, 臨時増刊, 9-16.
- von Glasersfeld, E. (1995). *Radical Constructivism: A way of knowing and learning*. Routledge.
- Proulx, J. (2008). Some differences between Maturana and Varela's theory of cognition and constructivism. *Complicity: An International Journal of Complicity and Education*, **5**, 11-26.
- Reid, D. & Mgombelo, J. (2015). Survey of key concepts in enactivist theory and methodology. *ZDM Mathematics Education*, **47**, 171-183.